

--	--	--	--

(請填入甄選證號碼)

臺北市立第一女子高級中學

109學年度科學班甄選入學

數學科學能力檢定試題本

作答注意事項：

請不要翻到次頁！

讀完本頁的說明，聽從監試委員的指示才開始作答！

※請先確認你的答案卷、甄選證號與座位號碼是否一致無誤。

考試時間：80分鐘

請閱讀以下測驗作答說明：

測驗說明：

這是數學科學能力檢定試題本，測驗時間從**13:30**到**14:50**，共**80**分鐘。作答開始與結束請聽從監試委員的指示。

注意事項：

1. 試題中參考的附圖，不一定代表實際大小。
2. 作答時不可使用量角器，如有攜帶附量角器功能之任何工具，請放在教室前後方地板上。
3. 依試場規則規定，答案卷上不得書寫姓名座號，也不得作任何標記。故意汙損答案卷、損壞試題本，或在答案卷上顯示自己身分者，該節甄試科目不予計分。
4. 每節甄試說明時間內，提前翻閱題本、提前作答，經制止不從者，該節甄試科目不予計分。
5. 每節甄試正式開始後15分鐘起，遲到者不得入場。若強行入場，該節甄試科目不予計分。
6. 每節甄試正式開始30分鐘內，不得提早離場。若強行離場，不服糾正者，違者該節甄試科目不予計分。

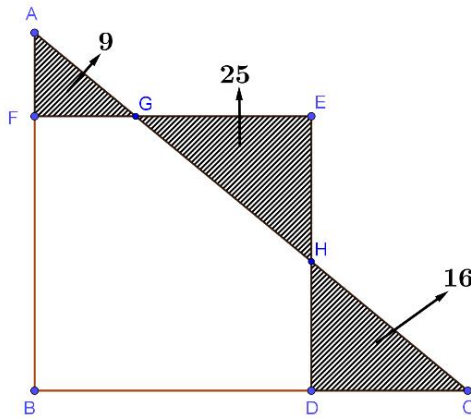
作答方式：

1. 題型包括選擇題、填充題與計算證明題。
2. 作答填充題時，請用藍色或黑色墨水的筆，依題號將解答寫在答案卷上相應的欄位內。
3. 作答計算證明題時，不必抄題。請依題號將解答過程及最後結果，用藍色或黑色墨水的筆清楚完整地寫在答案卷上相應的欄位內，切勿寫出欄位外。如需擬草稿，請使用試題本空白處。
4. 更正時請使用修正帶(液)修正後，重新書寫解答過程。

請聽到鐘(鈴)響起，於試題本右上角方格內填寫甄選證號碼，再翻頁作答

第一部份：單選題（第 1~4 題，每題 8 分，共 32 分）

1. 如下圖，直角三角形 ABC 中， $\angle ABC$ 為直角，且 $BDEF$ 為正方形。圖中三塊斜線區域的面積分別為 9、25、16。試求正方形 $BDEF$ 的邊長為何？
 (A)10 (B) 12 (C)14 (D)16 (E)20



2. 下面是一道三位數與四位數的加法直式計算，相同的字母代表相同的數字，但不同的字母代表不同的數字。

$$\begin{array}{r}
 T \quad F \quad G \\
 + \quad M \quad A \quad T \quad H \\
 \hline
 G \quad R \quad E \quad A \quad T
 \end{array}$$

若數字 $E=2$ ，則數字 $T=?$

- (A)3 (B) 4 (C) 5 (D) 7 (E) 8

3. 設 A, B, C, D, E, F 六名選手進行乒乓球單打比賽，賽制採單循環比賽（即每個人都必須與其他選手各比賽一場），每人每天出賽一場，且對手皆不重複，共比賽五天。已知第一天 B 對上 D ；第二天 C 對上 E ；第三天 D 對上 F ；第四天 B 對上 C 。請問： D 對上 A 以及 D 對上 C 這兩場比賽將分別在第幾天與第幾天舉行？
- (A) 二、四 (B) 五、四 (C) 四、五 (D) 五、二 (E) 二、五
4. 設一組圓心在 x 軸上的圓 $C_0, C_1, C_2, \dots, C_k, \dots$ 其半徑依次為 $2^0, 2^1, 2^2, \dots, 2^k, \dots$ ，若 C_0 的圓心坐標為原點 0 ，且 C_0 與 C_1 內切於其 x 軸上的左端點， C_1 與 C_2 內切於其 x 軸上的右端點， C_2 與 C_3 內切於其 x 軸上的左端點，依此規律（即切點依次為左端點、右端點、左端點、右端點、...），則圓 C_{11} 的圓心 x 坐標為何？
- (A) 341 (B) -512 (C) 512 (D) 683 (E) 924

第二部份：填充題（第 1~3 題，每題 10 分，共 30 分）

1. 今年 2020 年是一個很特別的年，因為年份 2020 有一個特別的性質：它恰好可以表示為四個連續的質數的平方和。請問：
- (1) 已知 $2020 = a^2 + b^2 + c^2 + d^2$ ，其中 a, b, c, d 為四個連續的質數，求 $a + b + c + d = \underline{\hspace{2cm}}$ 。（5 分）
- (2) 下一次會遇到具有這種特別性質的西元年份將是經過幾年之後？ （5 分）

2. 已知正整數 n 是二位數，設 n^2 的末兩位數是 44，試求符合此條件的所有可能二位數 n 為_____。

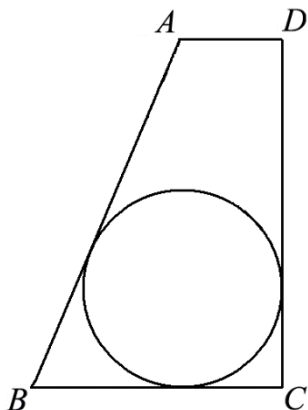
3. 已知正整數 n 是三位數，若 n 的百位數字、十位數字與個位數字依序形成一個等差數列，則滿足此條件的 n 共有_____個。

第三部份：(第 1~3 題，第 1 題 14 分，第 2 題 14 分，第 3 題 10 分，共 38 分)

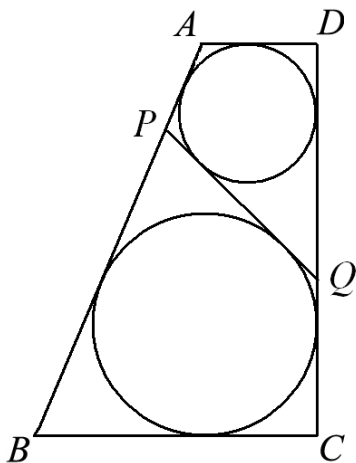
注意：各小題均需詳細解釋或完整說明解題過程，只寫答案不予計分。

1. 已知梯形 $ABCD$ 滿足 $\overline{AB} = 25$ ， $\overline{BC} = 14$ ， $\overline{CD} = 24$ ， $\angle C = 90^\circ$ 且 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ，
請問：

- (1) 若有一圓在梯形 $ABCD$ 內部且與 \overline{AB} 、 \overline{BC} 、 \overline{CD} 均相切，則此圓半徑為何？



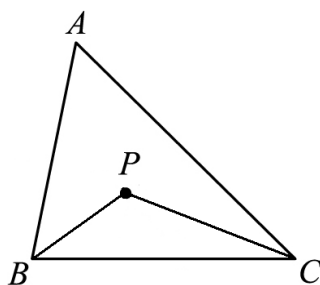
- (2) 若有一圓 C_1 在梯形 $ABCD$ 內部且與 \overline{AB} 、 \overline{BC} 、 \overline{CD} 均相切；另有一圓 C_2 也在梯形 $ABCD$ 內部且與 \overline{AB} 、 \overline{AD} 、 \overline{CD} 均相切。若一線段 \overline{PQ} 滿足點 P 在線段 \overline{AB} 上、點 Q 在線段 \overline{CD} 上，且線段 \overline{PQ} 與兩圓 C_1 、 C_2 都相切。則線段 \overline{PQ} 的長度為何？



2. (1) 設 n 為正整數，若 $1+2+\dots+n$ 是 2020 的倍數，則 n 的最小值為何？
- (2) 設 m, n 均為正整數且 $m < n$ ，若 $m+(m+1)+\dots+n$ 是 2020 的倍數，則 n 的最小值為何？

3. 如圖所示，點 P 為 $\triangle ABC$ 內部一點，
求證：(1) $\overline{AB} + \overline{AC} > \overline{PB} + \overline{PC}$

(2) P 點到 $\triangle ABC$ 三頂點的距離和小於 $\triangle ABC$ 的周長



試題結束