

--	--	--	--

(請填入甄選證號)

臺北市立第一女子高級中學

110學年度科學班甄選入學

數學科學能力檢定試題本

作答注意事項：

請不要翻到次頁！

讀完本頁的說明，聽從監試委員的指示才開始作答！

※請先確認你的答案卷、甄選證號與座位號碼是否一致無誤。

考試時間：80分鐘

請閱讀以下測驗作答說明：

測驗說明：

這是數學科學能力檢定試題本，測驗時間從**13:30**到**14:50**，共**80**分鐘。作答開始與結束請聽從監試委員的指示。

注意事項：

1. 試題中參考的附圖，不一定代表實際大小。
2. 作答時不可使用量角器，如有攜帶附量角器功能之任何工具，請放在教室前後方地板上。
3. 依試場規則規定，答案卷上不得書寫姓名座號，也不得作任何標記。故意汙損答案卷、損壞試題本，或在答案卷上顯示自己身分者，該節甄試科目不予計分。
4. 每節甄試說明時間內，提前翻閱題本、提前作答，經制止不從者，該節甄試科目不予計分。
5. 每節甄試正式開始後15分鐘起，遲到者不得入場。若強行入場，該節甄試科目不予計分。
6. 每節甄試正式開始30分鐘內，不得提早離場。若強行離場，不服糾正者，該節甄試科目不予計分。

作答方式：

1. 題型包括選擇題、填充題與計算證明題。
2. 作答填充題時，請用藍色或黑色墨水的筆，依題號將解答寫在答案卷上相應的欄位內。
3. 作答計算證明題時，不必抄題。請依題號將解答過程及最後結果，用藍色或黑色墨水的筆清楚完整地寫在答案卷上相應的欄位內，切勿寫出欄位外。如需擬草稿，請使用試題本空白處。
4. 更正時請使用修正帶(液)修正後，重新書寫解答過程。

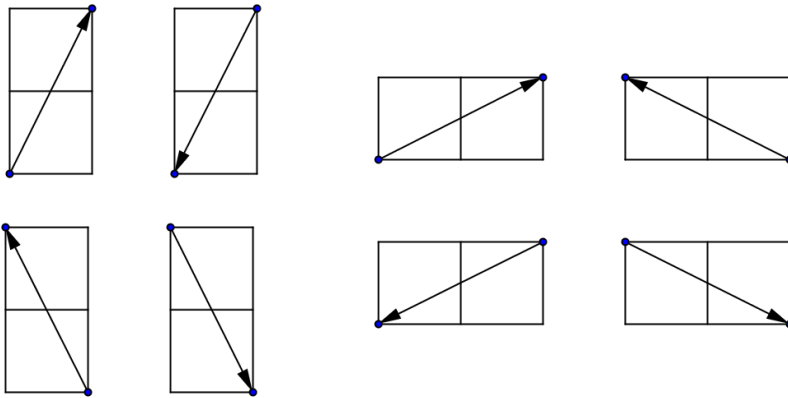
請聽到鐘(鈴)響起，於試題本右上角方格內填寫甄選證號，再翻頁作答

第一部份：單選題（第 1~3 題，每題 8 分，共 24 分）

1. 將正整數 1~15 刪掉一個數之後，剩下 14 個數兩兩分成一組共七組，而且每一組當中，較小的數都必須是較大的數的因數，請問此時 2 必定會跟哪個數分到同一組？
(1) 4 (2) 6 (3) 8 (4) 10 (5) 12

2. 已知兩個正整數 a 、 b 之最小公倍數為 126000，則所有可能的數對 (a,b) 有多少種？
(1) 120 (2) 567 (3) 945 (4) 1575 (5) 1920

3. 象棋中馬的走法有馬踏八方之名，即馬走一步會沿著日字形對角線移動，如下圖所示的八種走法。

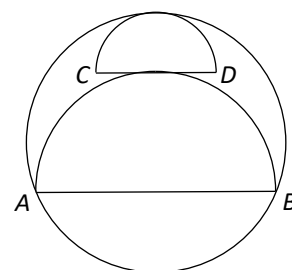


假設現在將馬放在坐標平面的原點上，則馬走兩步後可能的落點共有幾種可能？
 (1) 28 (2) 29 (3) 32 (4) 33 (5) 41

第二部份：填充題（第 1~5 題，每題 10 分，共 50 分）

1. 直角三角形 ABC 中， $\angle C = 90^\circ$ ，其中 G 為其重心，並且滿足 G 到 \overline{BC} 、 \overline{AC} 的距離和為 k ，且 $\overline{AB} = 10$ 則 $\triangle ABC$ 的內切圓半徑可表示為_____（以 k 表示）。

2. 如右圖，兩個半圓分別以 \overline{AB} 、 \overline{CD} 為直徑，其中 $\overline{AB} = 8$ 、 $\overline{CD} = 4$ 且 $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ 。若 \overline{CD} 與以 \overline{AB} 為直徑的半圓相切於 \overline{CD} 的中點，大圓通過 A 、 B 兩點且與以 \overline{CD} 為直徑的半圓相切，則大圓的半徑為_____。



3. 設 $f(x) = x^2 - 99x + 77$ ，試求：
 $f(11) - f(22) + f(33) - f(44) + f(55) - f(66) + f(77) - f(88) + f(99) =$ _____。

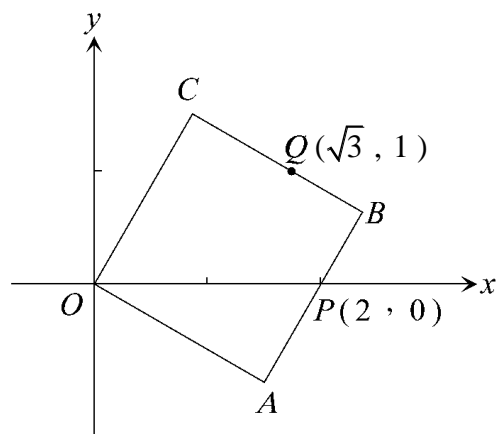
4. 有一數列 $a_1, a_2, a_3, a_4, \dots$ ，其規則如下：

若 n 為奇數，則 $a_{n+1} = r \cdot a_n + k$

若 n 為偶數，則 $a_{n+1} = \frac{1}{r}(a_n + k)$

已知此數列的奇數項形成公差為 10 的等差數列，偶數項形成公差為 20 的等差數列，則數對 $(r, k) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

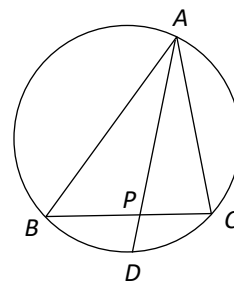
5. 如右圖，設 O 為原點，正方形 $OABC$ ， $P(2, 0)$ 在 \overline{AB} 上， $Q(\sqrt{3}, 1)$ 在 \overline{BC} 上，則正方形 $OABC$ 的面積為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。



第三部份：計算證明題（第 1~2 題，第 1 題 14 分，第 2 題 12 分，共 26 分）

注意：各小題均需詳細解釋或完整說明解題過程，只寫答案不予計分。

1. 如右圖， $A、B、C、D$ 為圓上四點，
且 D 點為弧 BC 的中點， \overline{AD} 、 \overline{BC} 交於 P 。



試證明：

(1) $\overline{AB} \times \overline{AC} = \overline{AP} \times \overline{AD}$ (7 分)

(2) $\overline{AP}^2 + \overline{BP} \times \overline{CP} = \overline{AB} \times \overline{AC}$ (7 分)

2. 坐標平面上，點 A, B, C, D, E 都在二次函數 $f(x) = -x^2 + k^2$ (其中 $k > 0$) 的圖形上，且 A 為頂點。若 $y = f(x)$ 的圖形和 x 軸交於 B, C 兩點，其中 B 在 C 的左邊； \overline{DE} 平行於 x 軸且在 x 軸上方，其中 D 在 E 的左邊，試問：

(1) 設 $E(t, -t^2 + k^2)$ ，則五邊形 $ADBCE$ 的面積為何？(以 t 和 k 表示) (6 分)

(2) 若五邊形 $ADBCE$ 的面積之最大值為 80，則 $f(x)$ 為何？ (6 分)